МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ

РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное

образовательное учреждение высшего образования

«Самарский национальный исследовательский университет

имени академика С.П. Королева»

(Самарский университет)

Институт информатики, математики и электроники

Факультет информатики

Кафедра информационных систем и технологий

**ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО КУРСУ   
«Методы оптимизации»**(МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ)

по направлению подготовки 09.03.01 Информатика

и вычислительная техника

Составитель – доцент, к.т.н. ЕСИПОВ Борис Алексеевич

**2018**

***Лабораторная работа № 1***

«Моделирование, решение и анализ   
задач линейного программирования (ЛП)»

*ЦЕЛЬ РАБОТЫ:*

1. Построение математической модели реальных ситуаций в виде задачи ЛП.

Изучение возможностей пакетов прикладных программ для ЛП (на примере   
пакета прикладных программ « ПЭР»и EXCEL)

3. Решение индивидуальной задачи путем построения математической модели и использования пакета ПЭР.

4. Анализ решений и модификация модели задачи ЛП.

5. Получение оптимального решения средствами EXCEL (cм. файл **ТПРexcel.doc** )

**ЛИТЕРАТУРА:**

1. Х. Таха. “Введение в исследование операций”. Том 1. Мир 1985 г., стр. 26 или 2006г.

2. И.Л. Акулич. “Математическое программирование в примерах и задачах”. ВШ, 2009 г., стр.29,67,116.

3. Руководство по применению пакета прикладных программ «ПЭР».

4. Курс лекций . Раздел «Линейное программирование»

**ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:**

1. Знакомство с пакетом «ПЭР». (найти файл DOSBox.exe , открыть и вставить >per).

2. Изучение, математическое моделирование тестовой задачи.

3. Выполнение индивидуального задания:

а) составление математической модели ;

b) ввод и решение задачи;

c) анализ оптимального решения на чувствительность к изменениям исходных данных.

d) получение оптимального решения на EXCEL. (cм.файл **ТПРexcel.doc** )

4.Составление подробного отчёта по лабораторной работе, в котором представляется:

- формулировка индивидуального задания;

- математическая модель и пояснение к её построению;

- входная таблица с экрана монитора и выходные таблицы (4 шт.) для всех опций программы PER и содержательные пояснения к ним;

- таблица результатов на EXCEL.

- выводы по лабораторной работе.

**ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ:**

**Задача 1.**

На швейной фабрике для изготовления четырёх видов изделий может быть использована ткань трёх артикулов. Нормы расхода тканей всех артикулов на пошив одного изделия приведены в таблице. В ней так же указаны имеющиеся в распоряжении фабрики общее количество тканей каждого артикула и цена изделия данного вида. Определить, сколько изделий каждого вида должна произвести фабрика, чтобы стоимость изготовленной продукции была максимальной.

Таблица 1

| Артикул ткани | Норма расхода ткани (м) на одно изделие вида | | | | Общее количество ткани |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| I  II  III | 1  -  4 | -  1  2 | 2  3  - | 1  2  4 | 180  210  800 |
| Цена одного изделия (руб.) | 9 | 6 | 4 | 7 |  |

**Задача 2.**

Предприятие выпускает четыре вида продукции и использует три типа основного оборудования: токарное, фрезерное и шлифовальное. Затраты времени на изготовление единицы продукции для каждого из типов оборудования приведены в таблице. В ней же указаны общий фонд рабочего времени каждого из типов оборудования, а также прибыль от реализации одного изделия данного вида. Определить такой объем выпуска каждого из изделий, при котором общая прибыль от их реализации является максимальной.

Таблица 2

| Тип оборудования | Затраты времени (станко-ч) на единицу продукции вида | | | | Общий фонд рабочего времени (станко-ч) |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Токарное  Фрезерное  Шлифовальное | 2  1  1 | 1  -  2 | 1  2  1 | 3  1  - | 300  70  340 |
| Прибыль от реализации единицы продукции (руб.) | 8 | 3 | 2 | 1 |  |

**Задача 3.**

Для перевозок груза на трёх линиях могут быть использованы суда трёх типов. Производительность судов при использовании их на различных линиях характеризуются данными, приведёнными в таблице. В ней же указаны общее время, в течение которого суда каждого типа находятся в эксплуатации, и минимально необходимые объёмы перевозок на каждой линии. Определить, какие суда, на какой линии и в течение какого времени следует использовать, чтобы обеспечить максимальную загрузку судов с учётом возможного времени их эксплуатации.

Таблица 3

| Тип судна | Производительность судов  (млн.тонномиль в сутки) на линии | | | Общее время эксплуатации судов |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 |
| I  II  III | 8  6  12 | 14  15  12 | 11  13  4 | 300  300  300 |
| Заданный объём перевозок  (млн. Тонно-миль) | 3000 | 5400 | 3300 |  |

**Задача 4.**

Найти решение, состоящее в определении плана изготовления изделий A, B и C, обеспечивающего максимальный их выпуск, в стоимостном выражении с учётом ограничений на возможное использование сырья трёх видов. Нормы расхода сырья каждого вида на одно изделие, цена одного изделия соответствующего вида, а также имеющегося сырья, приведены в таблице.

Таблица 4

| Вид сырья | Нормы затрат (кг) на одно изделие | | | Общее количество сырья (кг) |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| A | B | C |
| I  II  III | 18  6  5 | 15  4  3 | 12  8  3 | 360  192  180 |
| Цена одного изделия (руб.) | 9 | 10 | 16 | - |

**Задача 5.**

На ткацкой фабрике для изготовления трёх артикулов ткани используются станки двух типов, пряжа и красители. В таблице указаны производительность станка каждого типа, нормы расхода пряжи и красителей, цена 1 метра ткани данного артикула, а также общий фонд рабочего времени станков каждого типа, имеющихся в распоряжении фабрики фонды пряжи и красителей и ограничения на возможный выпуск тканей данного артикула.

Таблица 5

| Ресурсы | Нормы затрат на 1 м ткани артикула | | | Общее количество ресурсов |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 |
| Производительность станков (станко-ч):  I типа  II типа  Пряжа (кг)  Красители (кг)  Цена 1м ткани (руб.)  Выпуск ткани (м):  Минимальный  Максимальный | 0,02  0,04  1,0  0,03  5  1000  2000 | -  0,03  1,5  0,02  8  2000  9000 | 0,04  0,01  2,0  0,025  8  2500  4000 | 200  500  15000  450  -  -  - |

Составить такой план изготовления тканей, согласно которому будет произведено возможное количество тканей данного артикула, а общая стоимость всех тканей максимальна.

**Задача 6.**

Машиностроительное предприятие для изготовления четырёх видов продукции использует токарное, фрезерное, сверлильное, расточное и шлифовальное оборудование, а также комплектующие изделия.

Кроме того, сборка изделий требует выполнения определённых сборочно-наладочных работ. Нормы затрат всех видов на изготовление каждого из изделий приведены в таблице. В этой же таблице указаны наличный фонд каждого из ресурсов, прибыль от реализации единицы продукции данного вида, а также ограничения на возможный выпуск продукции 2-го и 3-го вида.

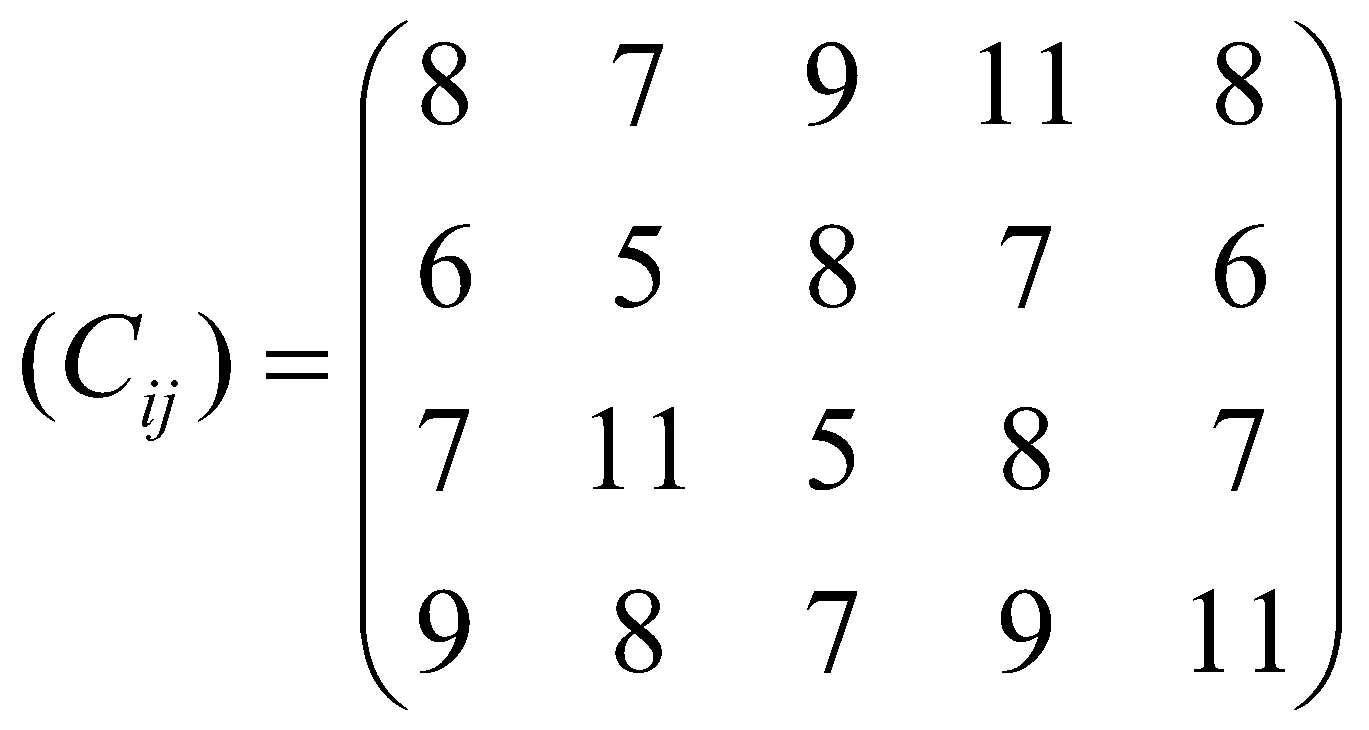
Таблица 6

| Ресурсы | Нормы затрат на изготовление одного изделия | | | | Общий объём ресурсов |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Производительность оборудования (человек-ч):  Токарного  Фрезерного  Сверлильного  Расточного  Шлифовального  Комплектующие изделия (шт) Сборочно-наладочные работы (человек-ч) | 550  40  86  160  -  3  4,5 | -  30  110  92  158  4  4,5 | 620  20  150  158  30  3  4,5 | -  20  52  128  50  3  4,5 | 64270  4800  22360  26240  7900  520  720 |
| Прибыль от реализации одного изделия (руб.)  Выпуск (шт.):  Минимальный  Максимальный | 315  -  - | 278  40  - | 573  -  120 | 370  -  - | -  -  - |

Найти план выпуска продукции, при котором прибыль от ее реализации является максимальной.

**Задача 7.**

Для обогрева помещений используются четыре агрегата, каждый из которых может работать на любом из пяти сортов топлива, имеющемся в количествах 90, 110, 70, 80 и 150 т. Потребность в топливе каждого из агрегатов соответственно равна 80, 120, 140 и 160 т. Теплотворная способность j-ого сорта топлива при использовании его на i-ом агрегате задаётся матрицей

C=

Найти такое распределение топлива между агрегатами, при котором получается максимальное количество теплоты от использования всего топлива.

**Задача 8.**

Изготовляемый на пяти кирпичных заводах кирпич поступает на шесть строящихся объектов. Ежедневное производство кирпича и потребность в нём указаны в таблице. В ней же указана цена перевозок 1000 шт. кирпича с каждого из заводов к каждому из объектов.

Составить план перевозок, согласно которому обеспечиваются потребности в кирпиче на каждом из строящихся объектов при минимальной общей стоимости перевозок.

Таблица 8

| Кирпичный завод | Цена перевозки 1 тыс. шт. Кирпича к строящемуся объекту | | | | | | Производство кирпича (тыс. шт.) |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| I  II  III  IV  V | 8  13  12  14  9 | 7  8  4  6  12 | 5  10  11  12  14 | 10  7  9  13  15 | 12  6  10  7  8 | 8  13  11  14  13 | 240  360  180  120  150 |
| Потребность в кирпиче (тыс. шт.) | 230 | 220 | 130 | 170 | 190 | 110 | - |

**Задача 9.**

Для поддержания нормальной жизнедеятельности человеку необходимо потреблять не менее 118 г белков, 56 г жиров, 500 г углеводов, 8 г минеральных солей. Количество питательных веществ, содержащихся в 1 кг каждого вида потребляемых продуктов, а также цена 1 кг каждого из этих продуктов приведены в следующей таблице:

Таблица 9

| Питательные вещества | Содержание (г) питательных веществ в 1 кг продуктов | | | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Мясо** | Pыба | Молоко | Масло | Сыр | Крупа | Карто-фель |
| Белки  Жиры  Углеводы  Минеральные соли | 180  20  -  9 | 190  3  -  10 | 30  40  50  7 | 10  865  6  12 | 260  310  20  60 | 130  30  650  20 | 21  2  200  10 |
| Цена 1 кг продуктов (руб.) | 1,8 | 1,0 | 0,28 | 3,4 | 2,9 | 0,5 | 0,1 |

Составить дневной рацион, содержащий не менее минимальной суточной нормы потребности человека в необходимых питательных веществах при минимальной общей стоимости потребляемых продуктов.

**Задача 10.**

Для производства трёх видов продукции предприятие использует два типа технологического оборудования и два вида сырья. Нормы затрат сырья и времени на изготовление одного изделия каждого вида приведены в таблице. В ней же указаны общий фонд рабочего времени каждой из групп технологического оборудования, объёмы имеющегося сырья каждого вида, а также цена одного изделия данного вида и ограничения на возможный выпуск каждого из изделий.

Таблица 10

| Ресурсы | Нормы затрат на одно изделие вида | | | Общее количество ресурсов |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 |
| Производительность оборудования (норм-ч):  I типа  II типа  Сырьё (кг):  1-го вида  2-го вида  Цена одного изделия (руб.)  Выпуск (шт.):  Минимальный  Максимальный | 2  4  10  30  10  10  20 | -  3  15  20  15  20  40 | 4  1  20  25  20  25  100 | 200  500  1495  4500  -  -  - |

Составить такой план производства продукции, согласно которому будет изготовлено необходимое количество изделий каждого вида, а общая стоимость всей изготовляемой продукции максимальна.

**Задача 11.**

При производстве четырёх видов кабеля выполняется пять групп технологических операций. Нормы затрат на 1 км кабеля данного вида на каждой из групп операции, прибыль от реализации 1 км каждого вида кабеля, а также общий фонд рабочего времени, в течение которого могут выполняться эти операции, указаны в таблице.

Таблица 11

| Технологическая операция | Нормы затрат времени (ч) на обработку 1 км кабеля вида | | | | Общий фонд рабочего времени (ч) |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | **2** | **3** | **4** |
| Волочение | 1,2 | 1,8 | 1,6 | 2,4 | 7200 |
| Наложение изоляции | 1,0 | 0,4 | 0,8 | 0,7 | 5600 |
| Скручивание элементов в кабель | 6,4 | 5,6 | 6,0 | 8,0 | 11176 |
| Освинцевание | 3,0 | - | 1,8 | 2,4 | 3600 |
| Испытание и контроль | 2,1 | 1,5 | 0,8 | 3,0 | 4200 |
| Прибыль от реализации 1 км кабеля | 1,2 | 0,8 | 1,0 | 1,3 | - |

Определить такой план выпуска кабеля, при котором общая прибыль от реализации изготовляемой продукции является максимальной.

**Задача 12.**

На мебельной фабрике изготовляется пять видов продукции: столы, шкафы, диваны-кровати, кресла-кровати и тахты. Нормы затрат труда, а также древесины и ткани на производство единицы продукции данного вида приведены в таблице.

Таблица 12

| Ресурсы | Норма расхода ресурса на единицу продукции | | | | | Общее количество ресурсов |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Стол | шкаф | диван-кровать | кресло-кровать | тахта |
| Трудозатраты (человека-ч) | 4 | 8 | 12 | 9 | 10 | 3456 |
| Древесина (м3) | 0,4 | 0,6 | 0,3 | 0,2 | 0,3 | 432 |
| Ткань (м) | - | - | 6 | 4 | 5 | 2400 |
| Прибыль от реализации одного изделия (руб.) | 8 | 10 | 16 | 14 | 12 | - |
| Выпуск (шт.):  Минимальный  Максимальный | 120  480 | 90  560 | 20  180 | 40  160 | 30  120 | -  - |

В этой же таблице указана прибыль от реализации одного изделия каждого вида, приведено общее количество ресурсов данного вида, имеющееся в распоряжении фабрики, а также указано (на основе изучения спроса), в пределах каких объёмов может изготовляться каждый вид продукции.

Определить план производства продукции мебельной фабрикой, согласно которому прибыль от её реализации является максимальной. Используя пакет PER, найти решение задачи, а также провести после оптимизационный анализ полученного решения.

**Задача 13.**

Из четырех видов сырья необходимо составить смесь, в состав которой должно входить не менее 26 ед. химического вещества A, 30 ед. – вещества B и 24 ед. – вещества C. Количество единиц химического вещества, содержащегося в 1 кг сырья каждого вида, указано в таблице. В ней же приведена цена 1 кг сырья каждого вида.

Составить смесь, содержащую не менее необходимого количества данного вида и имеющую минимальную стоимость.

Таблица 13

| Вещество | Количество единиц вещества, содержащегося в 1 кг сырья вида | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | **2** | **3** | **4** |
| **A**  B  C | 1  2  1 | 1  -  2 | -  3  4 | 4  5  6 |
| Цена 1 кг сырья (руб.) | 5 | 6 | 7 | 8 |

**КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:**

1. Какую роль в математической модели операций играет целевая функция, ограничения?

2. Какова  геометрическая интерпретация решения задачи ЛП?

3. В чем заключается  алгебраическое "Условие вершины"?

4. В чем заключается идея симплекс- метода  решения задачи ЛП?

5. Что такое основная задача  ЛП?

6. Каков смысл дополнительных переменных? Что означает равенство нулю дополнительных переменных, неравенство нулю дополнительных переменных?

7. Как изменяется оптимальное решение (вектор переменных, значение целевой функции), если изменять коэффициенты целевой функции?

8. Изменяется ли оптимальное решение (вектор переменных) при изменении правых частей? Пояснить геометрически.

9. Что такое устойчивость задачи решения задачи ЛП?

10.Каков смысл двойственной оценки (теневой цены)?

11.Чему равны свободные переменные в оптимальном решении?

12.Что означает равенство нулю дополнительной переменной S1?

13.Указать смысл границ устойчивости для правых частей.

14.Если в задаче ЛП n переменных и m ограничений- равенств, сколько нулевых переменных в оптимальном решении?

Ответы: 1) m; 2) n; 3) m+n; 4) m-n; 5) n-m; 6) >= m; 7) >= (n-m); 8) <= n.

Какой ответ верный?

***Лабораторная работа N 2***

«Моделирование и решение задач   
целочисленного программирования»

**ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:**

1.Сформулировать математическую модель

2.Решить задачу с использованием пакета прикладных программ PER.

3.Модифицировать задачу и получить новое решение

4.Дать анализ результатов.

**ЛИТЕРАТУРА:**

1. Х. Таха. “Введение в исследование операций”. Том 1. Мир 1985 г., стр. 26

2. И.Л. Акулич. “Математическое программирование в примерах и задачах”. ВШ, 1986 г., стр.29,67,116.

3. Руководство по применению пакета прикладных программ «ПЭР».

4. Курс лекций «Методы оптимизации» - Раздел «Целочисленное программирование»

**ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ**

**Задача 1.**

Стальные прутья длиной 110 см необходимо разрезать на заготовки длиной 45, 35 и 50 см. Требуемое количество заготовок данного вида составляет соответственно 40, 30 и 20 шт. Возможные варианты разреза и величина отходов при каждом из них приведены в следующей таблице:

| Длина заготовки (см) | Вариант разреза | | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **45**  **35**  **50** | 2  -  - | 1  1  - | 1  -  1 | -  3  - | -  1  1 | -  -  2 |
| Величина отходов (см) | 20 | 30 | 15 | 5 | 25 | 10 |

Определить, сколько прутьев по каждому из возможных вариантов следует разрезать, чтобы обеспечить нужное количество заготовок каждого вида при минимальных отходах.

Как изменится модель и решение задачи, если из заготовок выпускаются комплекты: 2 заготовки по 45 см., 3 заготовки по 35 см., 1 заготовка по 50 см.

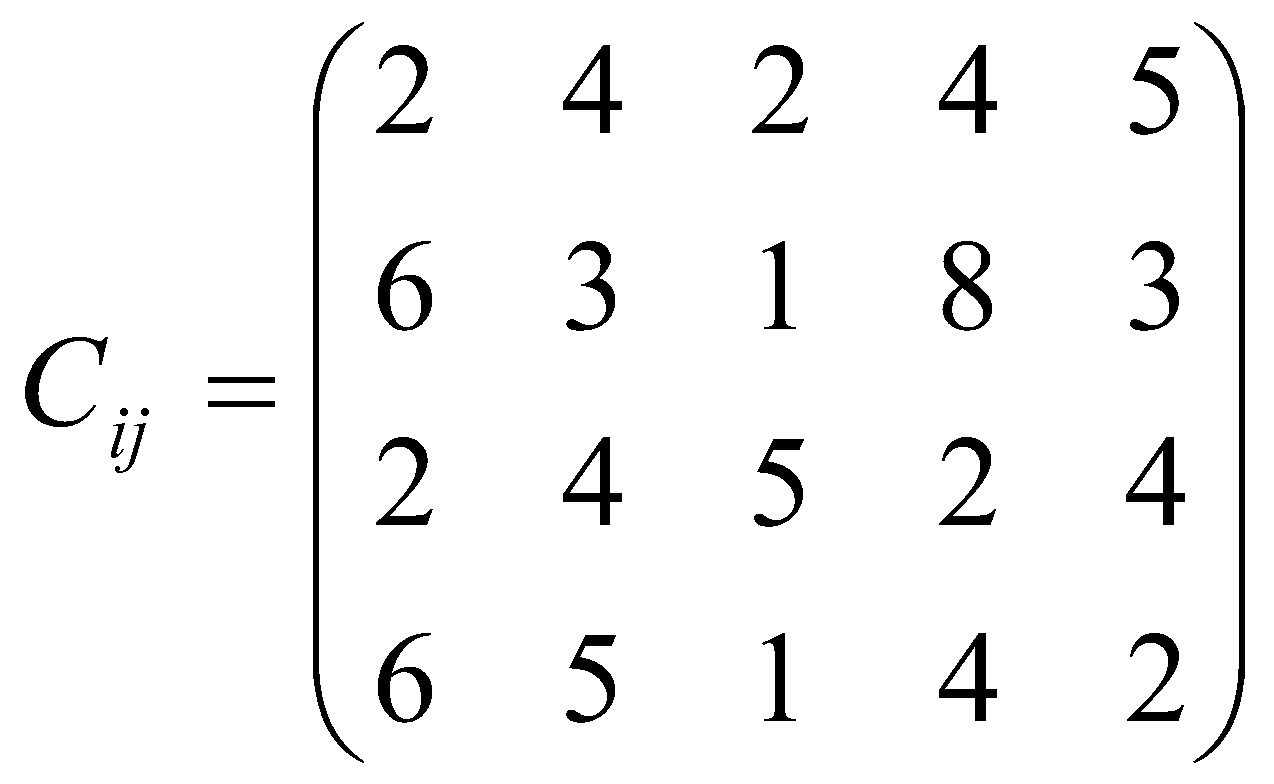
Максимизируется число комплектов. Число прутьев, которое имеется, взять из решения первоначальной задачи. Как при этом изменится величина отходов?

**Задача 2.**

Для выполнения работ могут быть использованы *n* механизмов. Производительность *i*-го механизма (*i*=1,*n*) при выполнении *j*-ой работы (*j*=1,*n*) равна *cij.* Предполагая, что каждый механизм может быть использован только на одной работе и каждая работа может выполняться только одним механизмом, определить закрепление механизмов за работами, обеспечивающее максимальную производительность.

Построить математическую модель задачи и решить ее.

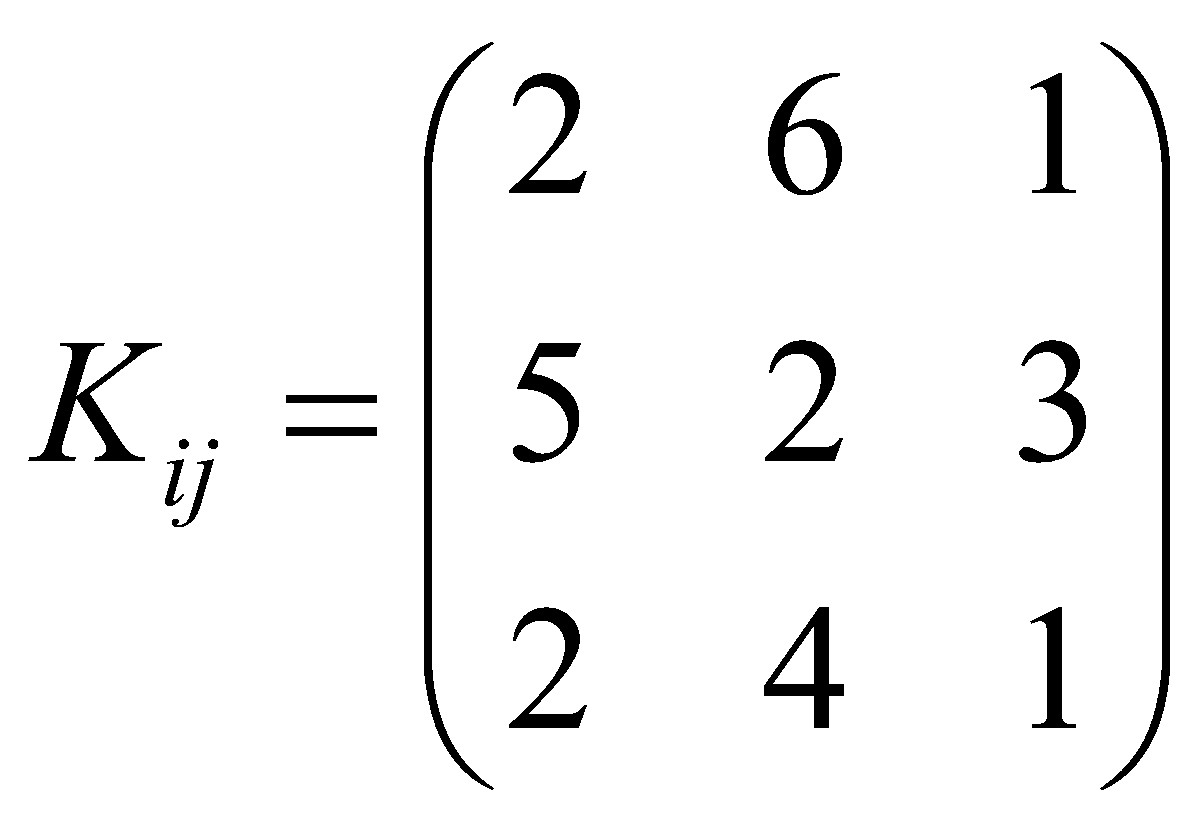
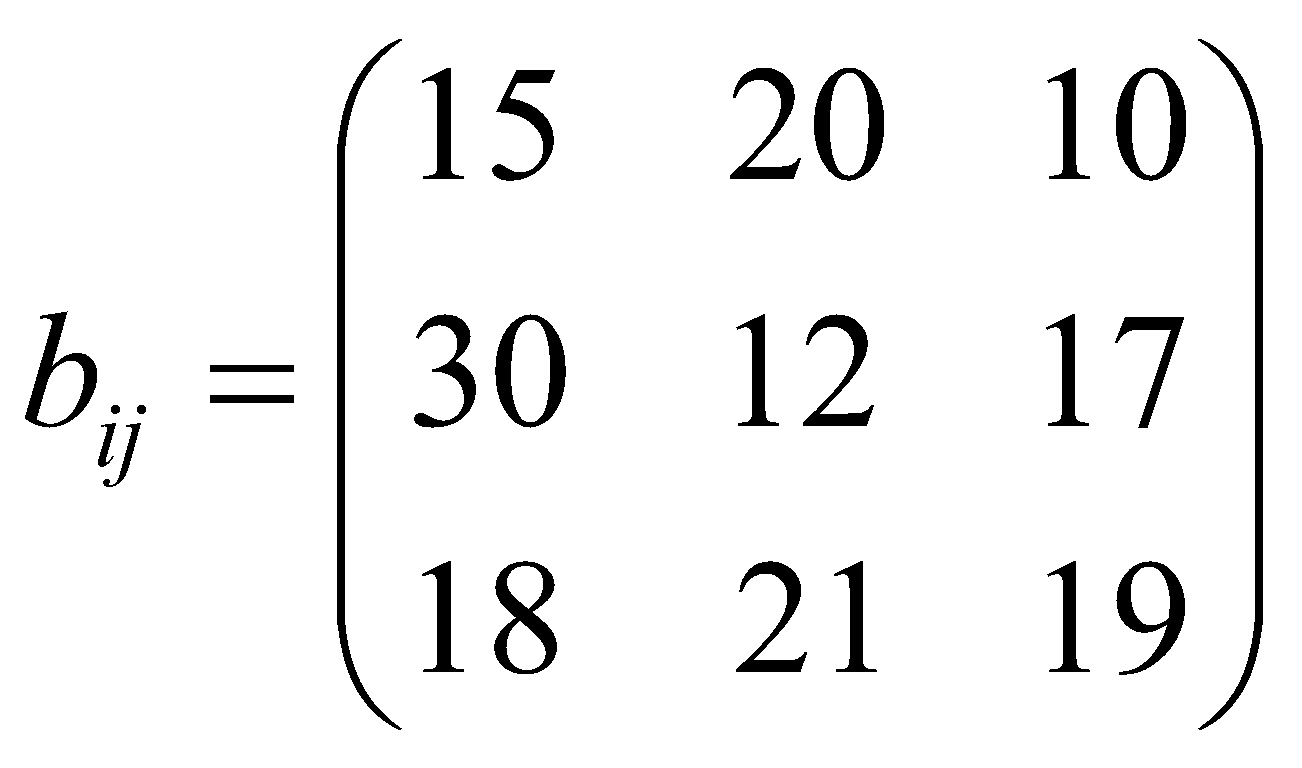
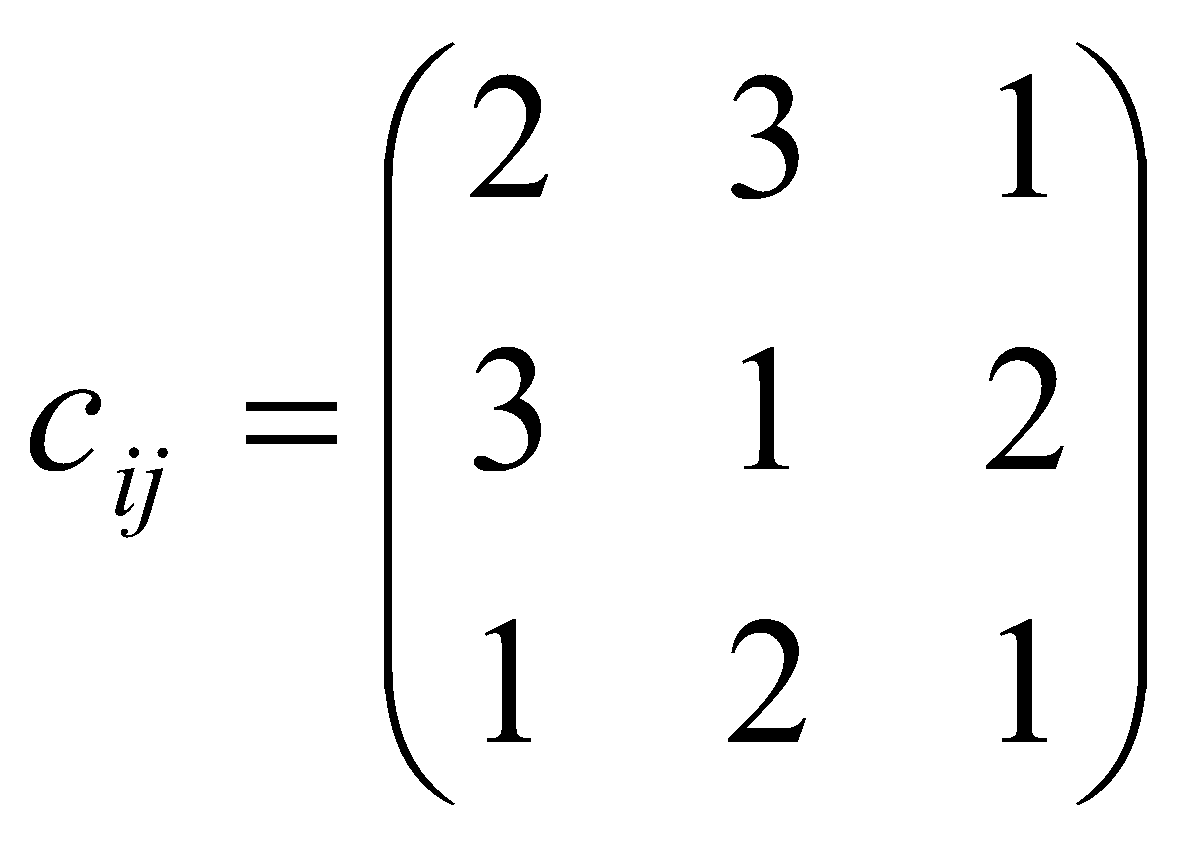
Как изменится модель и решение, если имеется 2 механизма 1-го типа, 3 механизма 2-го типа, 1 механизм 3-го типа и 2 механизма 4-го типа и при этом на объекте не может находиться более 7 механизмов?



**Задача 3.**

Министерству необходимо составить план развития каждого из m предприятий, выпускающих однородную продукцию. Число возможных вариантов развития *i*-го предприятия различно и равно *ni*. Реализация *j*-го варианта развития *i*-го предприятия (*j*=1,*n*) требует капитальных затрат, равных *Kij*, и обеспечивает выпуск продукции в объеме *bij* единиц. При этом экономический эффект от капитальных вложений на развитие *i*-го предприятия по *j*-му варианту равен *cij*. Учитывая, что необходимо выпустить продукции в количестве B единиц и что общая величина капиталовложений ограничена и равна K, составить такой план развития предприятий, при котором экономический эффект от реализации выбранных вариантов развития предприятий является максимальным.

K=10 B=40

млн. руб.  

Как изменится решение, если К и В уменьшатся на 20 %?

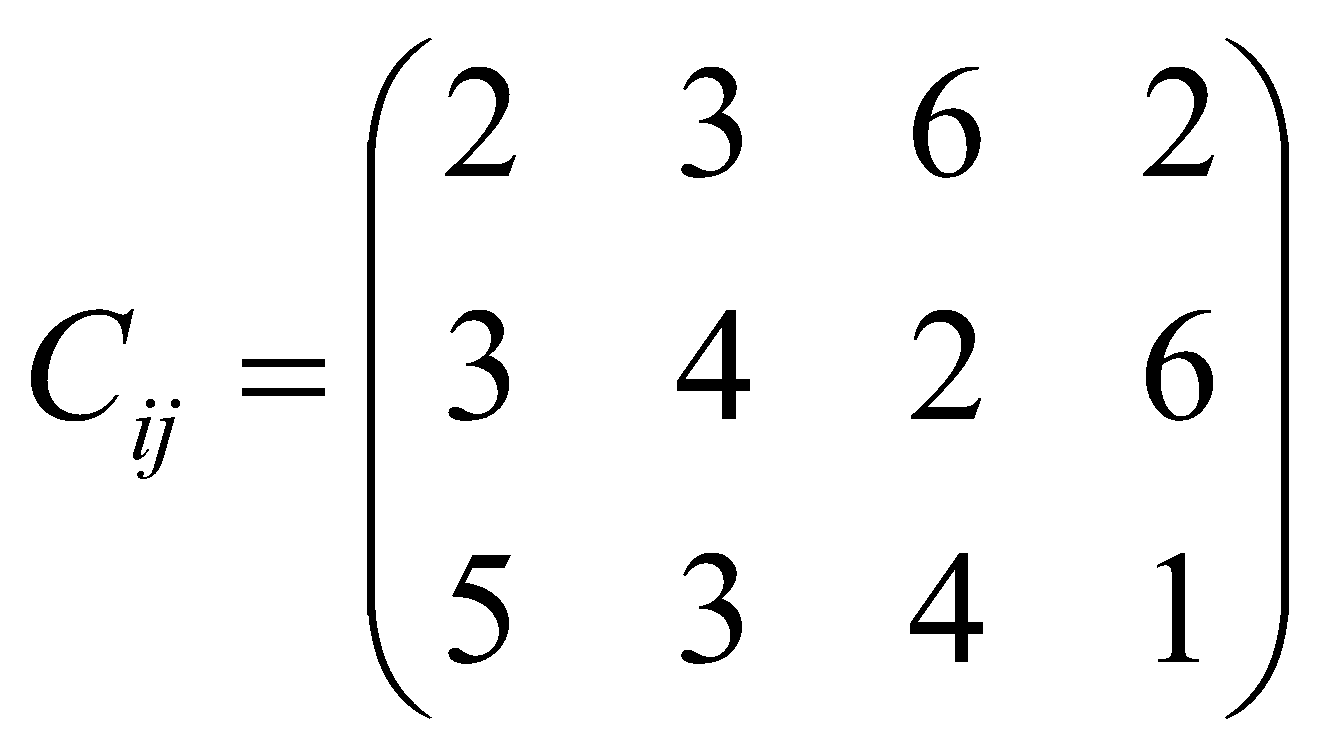
**Задача 4.**

В аэропорту для перевозки пассажиров по n маршрутам может быть использовано m типов самолётов. Вместимость самолёта *i*-го типа равна *ai* человек, а количество пассажиров, перевозимых по *j*-му маршруту за сезон, составляет *bi* человек. Затраты, связанные с использованием самолёта *i*-го типа на *j*-ом маршруте, составляет *cij* руб.

Определить, сколько самолётов данного типа и на каком из маршрутов следует использовать, чтобы удовлетворить потребности в перевозках при наименьших общих затратах.

a1=100 a2=150 a3=200

b1=10т b2=20т b3=8т b4=30т



Подсчитать количество самолетов каждого типа в оптимальном решении. Как изменится решение, если самолетов 2-го типа есть только 100, а 3-го типа ≤ 100?

**Задача 5.**

В обувном производственном объединении производится раскрой m различных партий материалов, причём каждая из партий состоит из *bi* единиц материала, имеющего одинаковую форму (например, пластины) и размер. Из материалов всех партий требуется выкроить максимальное количество комплектов деталей обуви, в каждый из которых входит *dj* (*j*=1,*n*) деталей *j*-того вида, если при раскрое единицы материала *i*-ой партии по *k*-му варианту (*k*=1*,K*) получается *aikj* деталей *j*-го вида.

b1=100 b2=200

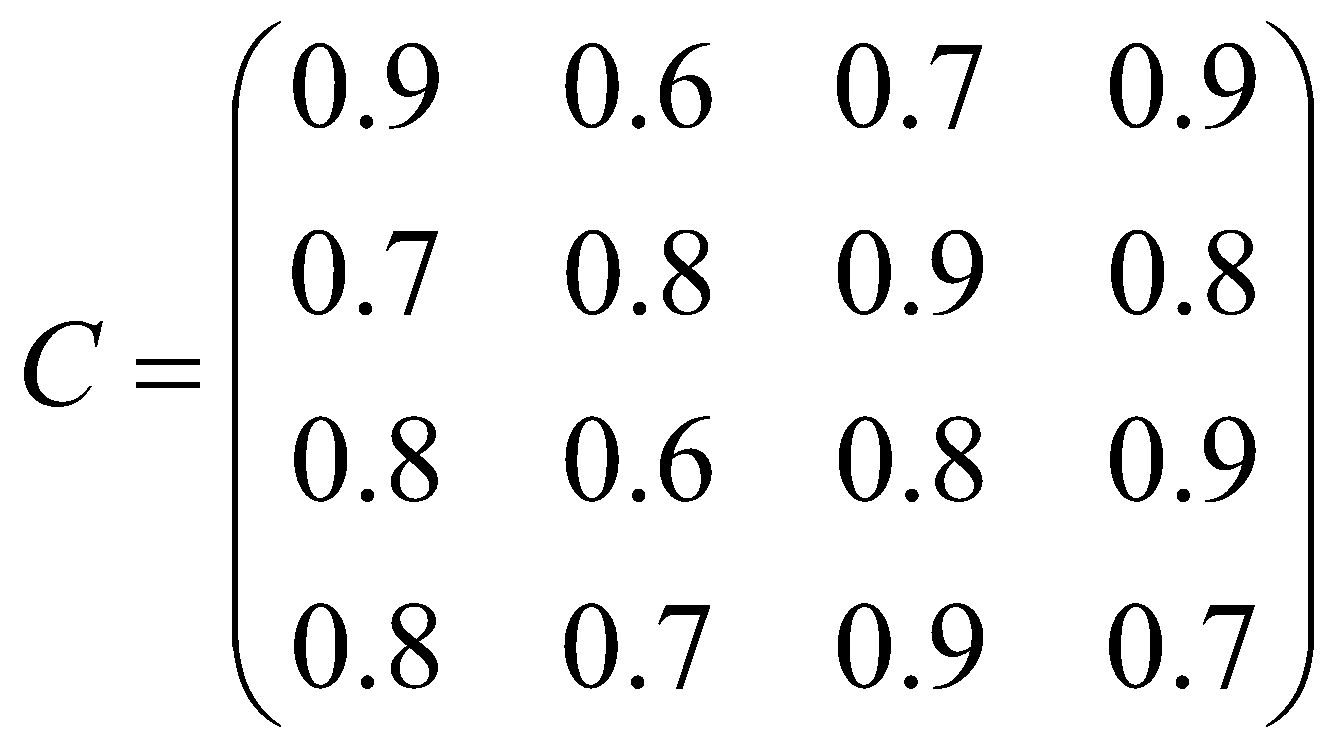
d1=2 d2=1

a111=2 a112=4 a121=3 a122=1

a211=4 a212=7 a221=5 a222=6

**Задача 6.**

Для выполнения четырёх видов землеройных работ могут быть использованы экскаваторы четырёх типов. Производительность экскаватора *i*-го типа при выполнении *j*-ой работы задаётся матрицей



Учитывая, что на каждой из работ может быть занят только лишь один экскаватор и что все экскаваторы должны быть задействованы, найти такое распределение экскаваторов между работами, которое обеспечивает максимальную производительность.

Как изменится модель и решение, если имеется 2 экскаватора 1-го типа, 3 экскаватора 2-го типа, 1 экскаватор 3-го типа, 2 экскаватора 4-го типа, а общее число экскаваторов не может превышать 6?

**Задача** **7.**

Пароход может быть использован для перевозки 11 наименований неделимых грузов (автомобилей, контейнеров, оборудования и т.д.), масса, объём и цена единицы каждого из которых приведены в следующей таблице:

| Параметры единицы груза | Номер груза | | | | | | | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** |
| Масса (т)  Объём (м3)  Цена (тыс. Руб.) | 80  100  4,4 | 62  90  2,7 | 92  96  3,2 | 82  110  2,8 | 90  120  2,7 | 60  80  2,8 | 81  114  3,3 | 83  60  3,5 | 86  106  4,7 | 65  114  3,9 | 83  86  4,0 |

На пароход может быть погружено не более 800 т груза общим объёмом, не превышающим 600 м3. Определить, сколько единиц каждого груза следует поместить на пароход так, чтобы общая стоимость размещённого груза была максимальной. Как изменится решение, если количество единиц каждого груза ограничено величинами соответственно: 2;1;4;2;2;3;4;4;4;3;3?

**Задача 8.**

Из листового проката нужно выкроить заготовки четырёх видов. Один лист длиной 184 см можно разрезать на заготовки длиной 45, 50, 65 и 85 см. Всего заготовок каждого вида необходимо соответственно 90, 96, 88 и 56 шт. Способы разреза одного листа на заготовки и величина отходов при каждом способе приведены в следующей таблице:

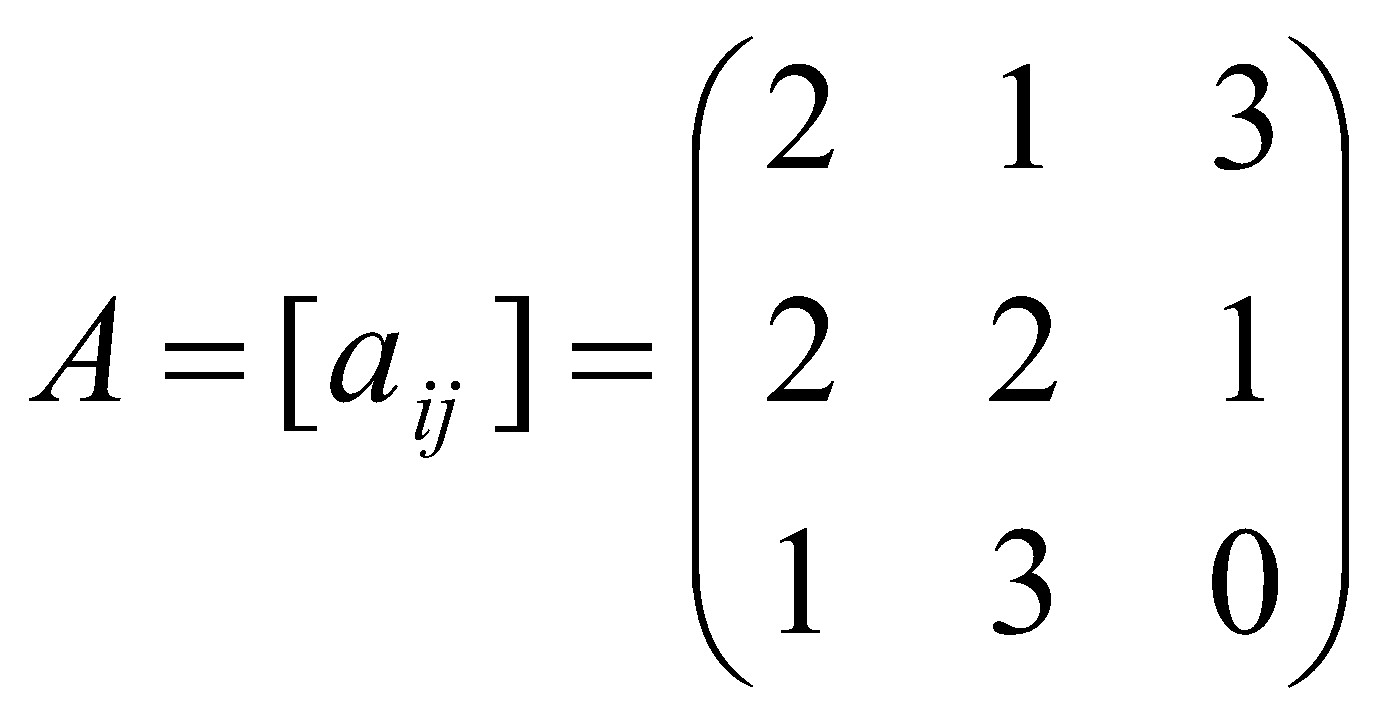
| Длина заготовки (см) | Количество заготовок, выкраиваемых из одного листа при разрезе способом | | | | | | | | | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** |
| **45**  **50**  **65**  **85** | 4  -  -  - | 2  1  -  - | 2  -  1  - | 2  -  -  1 | 1  2  -  - | 1  -  2  - | 1  1  1  - | 1  1  -  1 | -  3  -  - | -  2  1  - | -  1  2  - | -  -  1  1 | -  2  -  - |
| Величина отходов (см) | 4 | 44 | 29 | 9 | 39 | 9 | 24 | 4 | 34 | 19 | 4 | 34 | 14 |

Определить, какое количество листов по каждому из способов следует разрезать, чтобы получить нужное количество заготовок данного вида при минимальных общих отходах.

Как изменится модель и решение, если в окончательное изделие (комплект) входит 2 заготовки 1-го и 2-го вида и 3 заготовки 3-го и 4-го вида. Максимизируется число комплектов. Изменятся ли отходы для такого оптимального решения? (Общее число листов взять из результатов 1-й постановки задачи)

**Задача 9.**

Имеются одинаковые заготовки, которые могут быть раскроены тремя способами. Из имеющихся заготовок нужно получить не менее 10 деталей 1-го типоразмера, не менее 8-ми деталей 2-го типоразмера и не менее 10-ти деталей 3-го типоразмера. Способы раскроя определяются матрицей вида:



Здесь *aij* – количество деталей типоразмера *i*, получаемое из одной заготовки путём её раскроя способом *j*.

Количество заготовок, раскраиваемых каждым способом, должно быть целым и не превышать 4-х. Отходы от раскроя одной заготовки для каждого из способов составляют 4, 5 и 5 (усл. единиц). Предложить вариант раскроя с минимальными суммарными отходами. Определить величину этих отходов.

Фирма предполагает продавать выкроенные детали по ценам $4, $6 и $2,5 соответственно для 1-го, 2-го и 3-го типоразмера. При этом потери от процедуры раскроя оцениваются величиной $0,3 на условную единицу отходов. Оптимизируйте процесс раскроя, исходя из соображений получения максимальной прибыли.

**Задача 10.**

Рассматриваются пять проектов, которые могут быть осуществлены в течение последующих трёх лет. Ожидаемые величины прибыли от реализации каждого из проектов и распределение необходимых капиталовложений по годам (в тыс. долларов) приведены в таблице. Предполагается, что каждый утверждённый проект будет реализован за трёхлетний период.

| **Проект** | **Распределение капиталовложений** | | | **Прибыль** |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Год 1 | Год 2 | Год 3 |
| 1 | 5 | 1 | 8 | 20 |
| 2 | 4 | 7 | 10 | 40 |
| 3 | 3 | 9 | 2 | 20 |
| 4 | 7 | 4 | 10 | 15 |
| 5 | 8 | 6 | 1 | 30 |
| Максимальный объем капиталовложений | 25 | 25 | 25 |  |

Требуется выбрать совокупность проектов, которой соответствует максимум суммарной прибыли. Как изменится максимум суммарной прибыли, если максимальный объем капиталовложений уменьшать от 25 до 0, или увеличивать от 25 до бесконечности? Построить график.

**Задача 11.**

Руководство завода предполагает провести комплекс организационно-технических мероприятий по модернизации производства. Перечень возможных мероприятий приведён в таблице.

| Мероприятие | Трудовые ресурсы (чел. дни) | Финансовые ресурсы (млн. руб.) | Производственные площади (кв. м) | Экономи-ческий эффект (млн. руб.) |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Закупка станков с ЧПУ | 350 | 400 | 130 | 13000 |
| Текущий ремонт | 250 | 90 | - | 3000 |
| Монтаж транспортного конвейера | 100 | 60 | 300 | 8000 |
| Установка рельсового крана | 200 | 300 | 150 | 12000 |
| Ввод системы контроля качества | 130 | - | 150 | 2500 |
| Разработка АСУ | 800 | 500 | 100 | 15000 |

На реализацию всех мероприятий завод может выделить:

трудовых ресурсов – 1300 чел-дней,

финансовых ресурсов – 800 млн. руб.

производственных площадей –700 кв. м

Какие мероприятия следует провести, располагая этими ресурсами, чтобы общий экономический эффект был максимальным? Какова величина этого эффекта? Какой объём выделяемых ресурсов останется неиспользованным при реализации найденного варианта? Изменится ли решение задачи, если завод выделит на модернизацию 1 млрд. руб.?

Изменится ли решение задачи, если завод полностью удовлетворит потребности модернизации в производственных площадях и трудовых ресурсах при прежнем финансировании?

**Задача 12.**

В регионе работают 4 химических завода. Им предложено принять участие в конкурсе по размещению госзаказа на производство изделий 5-ти наименований в объёмах, приведённых в таблице.

|  | Наименование изделия | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Объём заказа (шт.) | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 |
| 350 | 250 | 400 | 150 | 150 |

Каждый из заводов представил несколько вариантов годовой производственной программы по выполнению госзаказа и соответствующие финансовые условия. Программа включает выпуск всех изделий.

|  | Варианты завода 1 | | | Варианты завода 2 | | Варианты завода 3 | | | Варианты завода 4 | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Наименование изделия | **1** | **2** | **3** | **1** | **2** | **1** | **2** | **3** | **1** | **2** |
| A1 | 100 | 200 | 200 | 50 | 80 | - | - | 100 | 100 | 50 |
| A2 | 200 | 100 | 150 | - | - | 200 | 250 | 100 | 40 | 60 |
| A3 | 300 | 250 | 200 | 120 | 100 | 100 | 50 | 500 | 60 | 100 |
| A4 | 100 | 50 | 100 | 100 | 50 | - | - | - | 50 | - |
| A5 | 50 | 100 | 80 | - | - | 100 | 100 | 80 | 150 | 100 |
| Объём финансирования (млрд. руб.) | 12 | 16 | 14 | 7 | 9 | 16 | 15 | 17 | 5 | 8 |

Каковы минимальные затраты на выполнение госзаказа?

Какой вариант размещения заказа обеспечивает его выполнение при минимальных объёмах финансирования?

Как изменится решение, если учесть, что заводы 1 и 4 не могут одновременно выполнять однотипные варианты размещения заказов?

**Задача 13.**

Нефтеперерабатывающее предприятие использует в производстве нефть трёх сортов (1, 2 и 3). Резервные запасы нефти каждого сорта должны быть не меньше соответственно 20, 40 и 60 тыс. тонн. Для хранения нефти могут быть использованы 4 резервуара ёмкостью 25, 30, 35 и 40 тыс. тонн. Затраты на хранение 1-ой тонны нефти сорта 2 на 10% выше, чем сорта 1, а сорта 3 – на 20% выше, чем сорта 1. Смешение нефти разных сортов при хранении не допускается. Резервуары заполняются полностью.

Сколько резервуаров следует использовать?

Как распределяются сорта нефти по резервуарам?

Каковы минимальные затраты на хранение нефти?

Целесообразно ли устанавливать дополнительный резервуар объёмом 20 тыс. тонн?

**Задача 14.**

Для реконструкции машиностроительного предприятия было представлено на выбор 10 проектов, каждый из которых характеризуется четырьмя агрегированными показателями и ежегодной ожидаемой прибылью, представленными в таблице.

| Агрегированный показатель проекта | Варианты проектов | | | | | | | | | | Лимиты |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
| Затраты труда  (нормо-час) | 50 | 60 | 30 | 40 | 80 | 70 | 50 | 20 | 40 | 50 | 300 |
| Затраты энергии  (тыс. квт) | 4 | 4 | 2 | 5 | 5 | 2 | 3 | 6 | 6 | 3 | 20 |
| Расходы на материалы (млн. руб.) | 3 | 2 | 4 | 5 | 3 | 2 | 4 | 2 | 2 | 3 | 20 |
| Финансовые средства (млн. руб.) | 7 | 5 | 9 | 6 | 4 | 3 | 7 | 2 | 4 | 5 | 35 |
| Ожидаемая прибыль (млн. руб.) | 9 | 8 | 8.5 | 8.8 | 9 | 8 | 9 | 8.7 | 8.9 | 8 |  |

При выборе проектов необходимо учесть ряд ограничений технологического характера:

1) одновременно может быть реализовано не более семи проектов;

2) 5-ый и 8-ой проекты взаимно исключают друг друга;

3) 1-ый проект может быть реализован лишь при условии реализации второго;

4) 4-ый проект может быть реализован лишь при условии реализации хотя бы одного из двух проектов: либо 3-его, либо 10-ого.

Выбрать проекты для реконструкции предприятия, обеспечивающие максимальную ожидаемую прибыль. Каков размер этой прибыли?

**Задача 15.**

Объединение кабельной промышленности состоит из 3-х заводов. Номенклатура выпускаемых изделий включает три позиции: “кабель силовой”, “провод для осветительных установок”, “провод обмоточный”. При планировании развития объединения на три года разработаны три варианта (1-3) для завода 1, 2 варианта (4-5) для завода 2 и один (6) – для завода 3.

(В таблице все данные в условных единицах)

| Вариант | Производство кабельных изделий по годам | | | | | | | | | Затраты за 3 года |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Кабель | | | Провод силовой | | | Провод обмоточный | | |
| 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 |
| 1  2  3  4  5  6 | 6.9  7  7  19  16  - | 8  7  7.8  23  18  - | 10  8.6  8.7  28  22  - | 37  25  30  -  -  - | 44  -  -  -  -  864 | 53  -  -  -  -  950 | 2.8  3  6  13  16  - | 3  18  18  15  18  - | 4  20  20  18  21  - | 1557  1399  1034  2822  3044  364 |
| Потребность | 15 | 17 | 25 | 20 | 300 | 450 | 10 | 15 | 10 |  |

Требуется выбрать варианты для включения в план развития объединения, обеспечивающие удовлетворение заданной потребности в кабельных изделиях и реализуемые с минимальными затратами. Каковы эти затраты?

**КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:**

1. В чем заключается метод ветвей и границ?

2. Дать понятие оценки множества вариантов.

3. Написать условие оптимальности МВГ.

4. В чем заключается процедура ветвления вариантов для ЛЦП?

5. Что является оценкой для задачи ЛЦП? (Значение целевой функции, целое решение, значение целевой функции для целого решения, то же для «непрерывного решения»).

6. Как задается «уровень цело численности» в пакете и что он означает?

7. Что такое «оценивание» множества вариантов?

8. Для задачи на минимум оценка больше, равна или меньше оптимального значения?

9. Для задачи на максимум чем далее по ветвям дерева оценки ветвей возрастают или убывают?

10. Указать правило остановки МВГ.

11. В каком случае в МВГ ответ будет – «нет решения»?

12. Может ли не быть целого оптимального решения, если есть дробное?

13. Почему нельзя «округлять дробное решение до целого? Пояснить геометрически.

Лабораторная работа N 3

Тема « Динамическое программирование »

1. ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ

Рассмотрим одно-продуктовую динамическую модель управления запасами.   
Фирма производит однородную продукцию и поставляет ее потребителю в течение 5 периодов в заданных количествах. У фирмы есть возможность хранить запас продукции, для того, чтобы в нужный момент обеспечивать потребителя. Есть ограничения на мощность производства продукции в каждом периоде и на величину запаса. Известны стоимости производства, хранения и «переналадки» производства. Необходимо при заданных начальных запасах так производить и запасать продукцию в каждом периоде, чтобы суммарные издержки были бы минимальны. Дефицит не допускается. В случае невозможности выполнить заказ мощность производства можно увеличить на 50%, но при этом стоимость производства увеличивается в 2 раза.

**ЛИТЕРАТУРА:**

1. Х. Таха. “Введение в исследование операций”. Том 1. Мир 1985 г., стр. 26

2. И.Л. Акулич. “Математическое программирование в примерах и задачах”. ВШ, 1986 г., стр.29,67,116.

3. Руководство по применению пакета прикладных программ «ПЭР».

4. Курс лекций «Теория принятия решений» - Раздел «динамическое программирование»

**ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:**

* уяснить математическую модель задачи;
* написать уравнение Беллмана;
* ознакомиться с программой ППП ПЭР, реализующей оптимизацию задачи управления запасами (опция «Управление запасами»);
* решить задачу для заданных условий;
* изменяя затраты на производство продукции C и цены хранения H, найти условия, при которых в системе будет оптимальным **хранить** продукцию в трех этапах,
* уменьшая величины предельных запасов и мощности производства, обнаружить условия дефицитов.

В отчете представить протоколы всех исследований.

**ОБОЗНАЧЕНИЯ:**

Потребность в i-м периоде - Ai;

Произведено в i-м периоде - Zi;

Емкость склада в i-м периоде - Mi;

Мощность производства в i-м периоде - Ni;

Затраты на единицу продукции - Сi;

Затраты на переналадку -Ki;

Цена хранения единицы продукции в i-м периоде - Hi;

Начальный запас – X0

(m≤12 - номер варианта задания)

знак |a| - целая часть числа a

**ТАБЛИЦА ЗНАЧЕНИЙ**

| N периода Ai Mi Ni  Ci Ki Hi |
| --- |
| 1. m+1 2m+2 m+3 3 2 12-m |
| 2. 2m+2 2m+2 3m+5 4 5 2m |
| 3. |(m+4)/2| |(m+6)/3| |(3m+1)/2| 7 3 m |
| 4. |(m+6)/3| |(m+4)/2| m+5 m m m+2 |
| 5. 2m m 2m+2 m+2 m m |

Xо = |(m+5)/3|

1. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ «О РАНЦЕ»

**Содержательная постановка задачи:**

Коммерсант разъезжает по пунктам продажи товаров, имея автолавку объемом B единиц и грузоподъемностью G единиц. Автолавка может быть загружена n типами товаров, характеризующимися своими параметрами: Сj – прибыль от реализации единицы товара j-го типа; bj – объем, занимаемый единицей товара j-го типа; gj – вес единицы товара j-го типа. Всего на складе имеется dj – единиц товара j-го типа.

Обосновать оптимальное решение по загрузке автолавки товарами из условия максимальной ожидаемой прибыли от реализации.

Примечание: Для вариантов 8-15 считать, что товары имеются в одном экземпляре и известна вероятность спроса на товар j-го типа - pj.

| Nвар B G b1 b2 b3 b4 b4 C1 C2 C3 C4 C5 g1 g2 g3 g4 g5 |
| --- |
| 1 50 50 3 2 1 4 2 4 2 2 6 3 1 3 4 2 5 |
| 2 40 60 2 3 1 2 4 5 3 1 4 2 3 2 4 1 7 |
| 3 30 70 1 4 2 3 5 3 5 4 9 6 2 3 4 4 4 |
| 4 45 60 5 4 2 3 2 3 4 4 5 6 5 1 2 1 4 |
| 5 35 40 4 4 2 3 6 5 5 4 2 3 1 3 3 2 4 |
| 6 25 50 3 2 5 6 4 3 2 1 4 5 7 2 3 6 2 |
| 7 55 45 4 2 5 2 4 3 1 3 5 5 6 5 2 3 2 |
| 8 10 12 3 2 1 4 2 4 2 2 6 3 1 3 4 2 5 |
| 9 8 15 2 3 1 2 4 5 3 1 4 2 3 2 4 1 7 |
| 10 10 10 1 4 2 3 5 3 5 4 9 6 2 3 4 4 4 |
| 11 12 9 5 4 |

**ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:**

-cоставить математическую модель задачи;

- решить задачу с использованием ППП ПЭР (опция «Динамическое программирование. Задача о ранце») при одном ограничении (сначала на вес, затем на объем);

- проанализировать выполнение второго ограничения,

-решить задачу с двумя ограничениями с использованием ППП ПЭР (опция «Линейное целочисленное программирование»;

-интерпретировать полученные результаты;

-изменить объем b или вес g в пределах 30% получить новое решение и проанализировать полученные результаты.

**КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:**

1. Пояснить смысл уравнения Беллмана.

2. Что называют условным оптимальным выигрышем?

3. Какие особенности задачи позволяют решать ее методом ДП?

4. Что значит действовать оптимально в i-м периоде?

5. Что означает свойство аддитивности критерия?

6. Что является в данной задаче «состоянием», «управлением»,

«выигрышем»?

7. За счет чего в процедуре ДП сокращается перебор вариантов?

8. В чем заключается динамичность модели?

9. Почему нельзя оптимизировать управление в отдельном периоде?

10. Каковы условия возникновения дефицита?

Лабораторная работа № 4

**Тема " Изучение ППП нелинейного программирования GINO и  
 построение области Парето "**

**ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:**

1. Изучить ППП GINO.

2. Сформировать индивидуальное задание в виде двухкритериальной математической модели нелинейного программирования.

3. Найти максимальное и минимальное значение каждого критерия (отбрасывая второй критерий) при выполнении ограничений.

4. В пределах изменения каждого критерия взять 5-10 значений и для каждого значения решить задачи

F1(x,y) → max

F2(x,y)=C1

+ограничения (3)

Аналогично решить задачи

F1(x,y) → min

F2(x,y)=C1

+ограничения (3)

В итоге получить границу критериальной области F1=Ф(F2).

5. Известными методами найти множество точек Парето и записать таблицу парето-оптимальных решений (x1,y1)\*-(F1,F2)\*.

6. Найти единственное решение, если заданы веса каждого критерия P1 и P2, используя свертку критериев F=P1F1+P2F2 → min.

Показать геометрически положение линии уровня.

**ЛИТЕРАТУРА:**

1. Х. Таха. “Введение в исследование операций”. Том 1. Мир 1985 г., стр. 26

2. И.Л. Акулич. “Математическое программирование в примерах и задачах”. ВШ, 1986 г., стр.29,67,116.

3. Руководство по применению пакета прикладных программ «ПЭР».

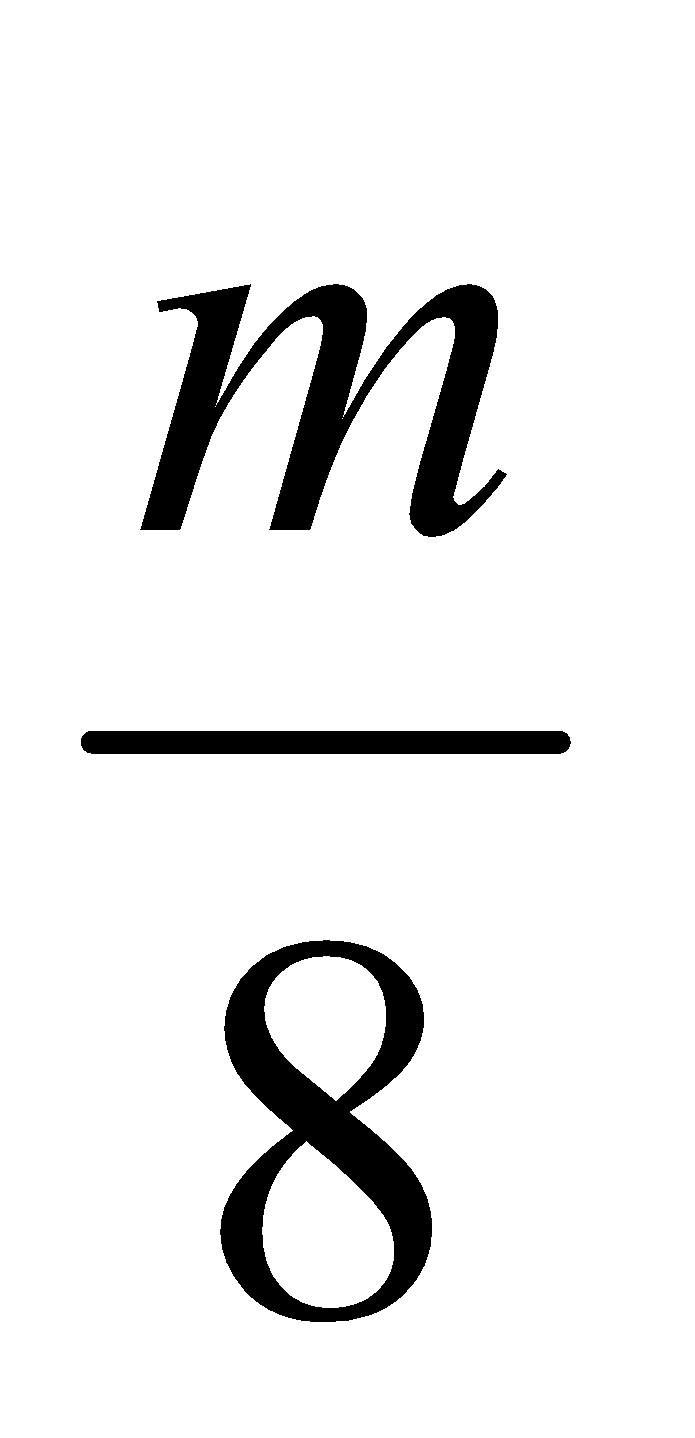
4. Курс лекций «Теория принятия решений».

5. Есипов Б.А. Решение практических задач по исследованию операций. Нелинейное прграммирование. Методические указания. КуАИ, 1989г.

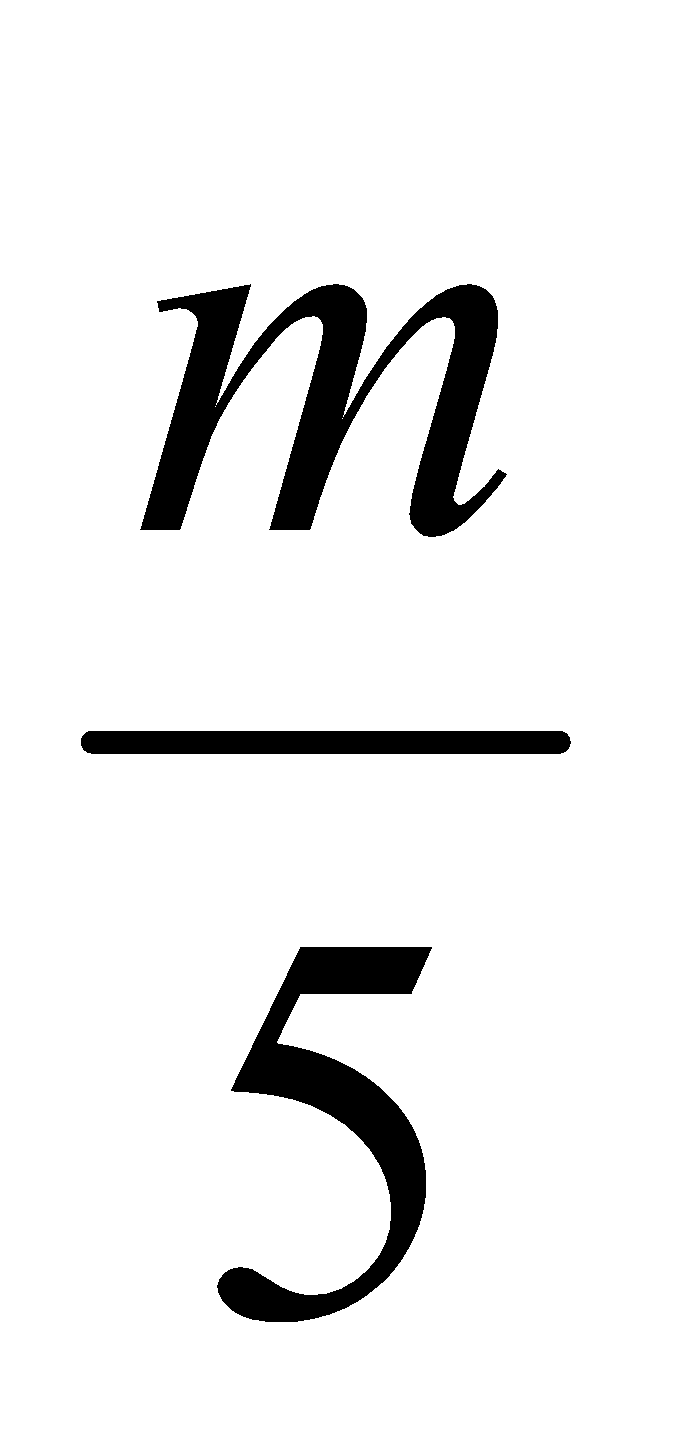
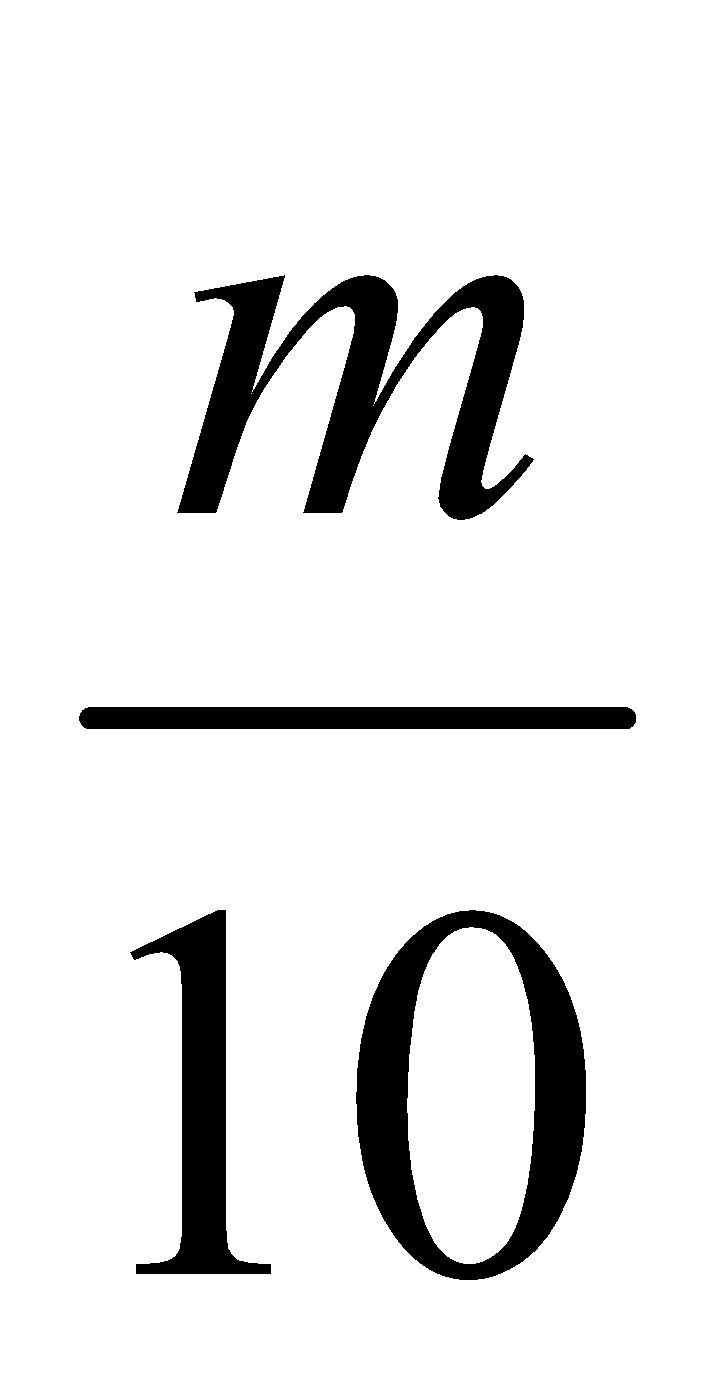
**ЗАДАНИЕ:**

Нефтеперерабатывающий завод должен принять решение о количестве годового производства нефтепродуктов типа А и В. Затраты на производство нефтепродуктов выражаются функцией от X - количества нефтепродукта А и Y - количества нефтепродукта B в виде (m - номер варианта задания)

(m - номер варианта задания)

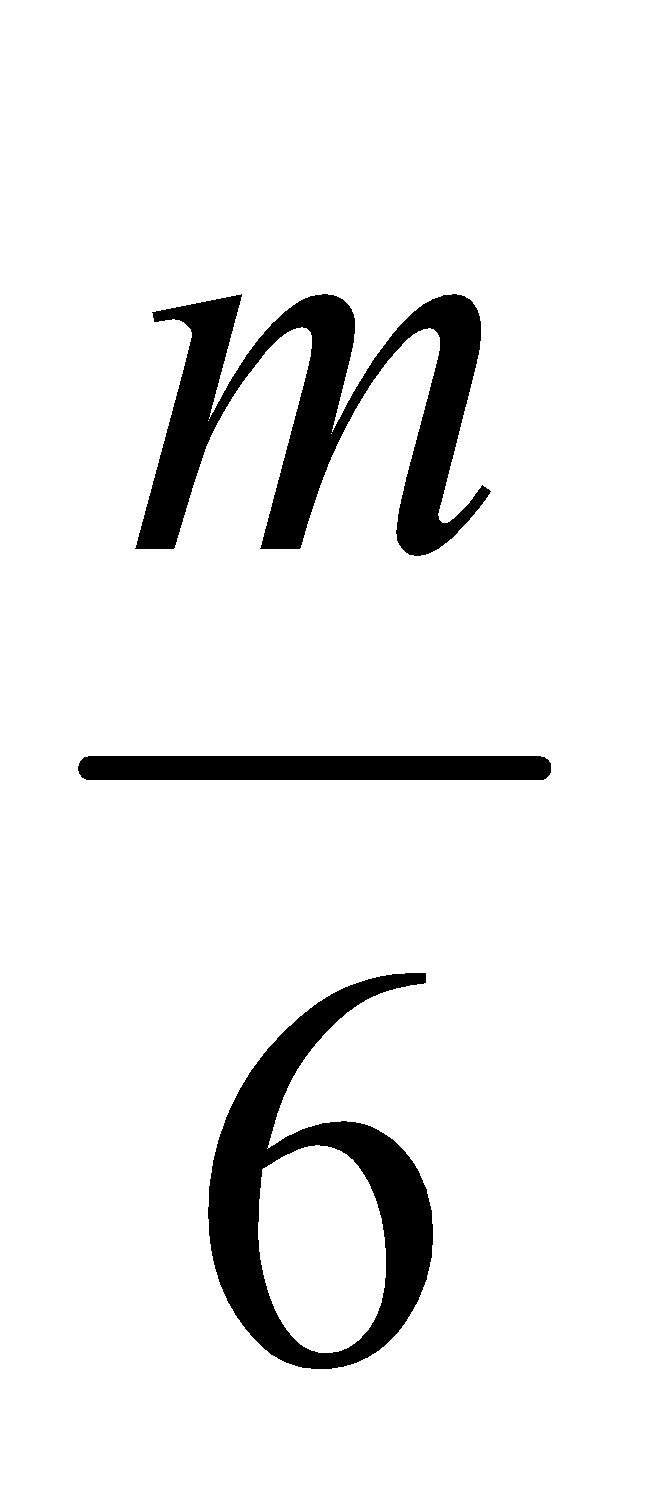
F1(x,y)= - 2X2 + (1 - ) XY - Y2 + (240 + m) → min (1)

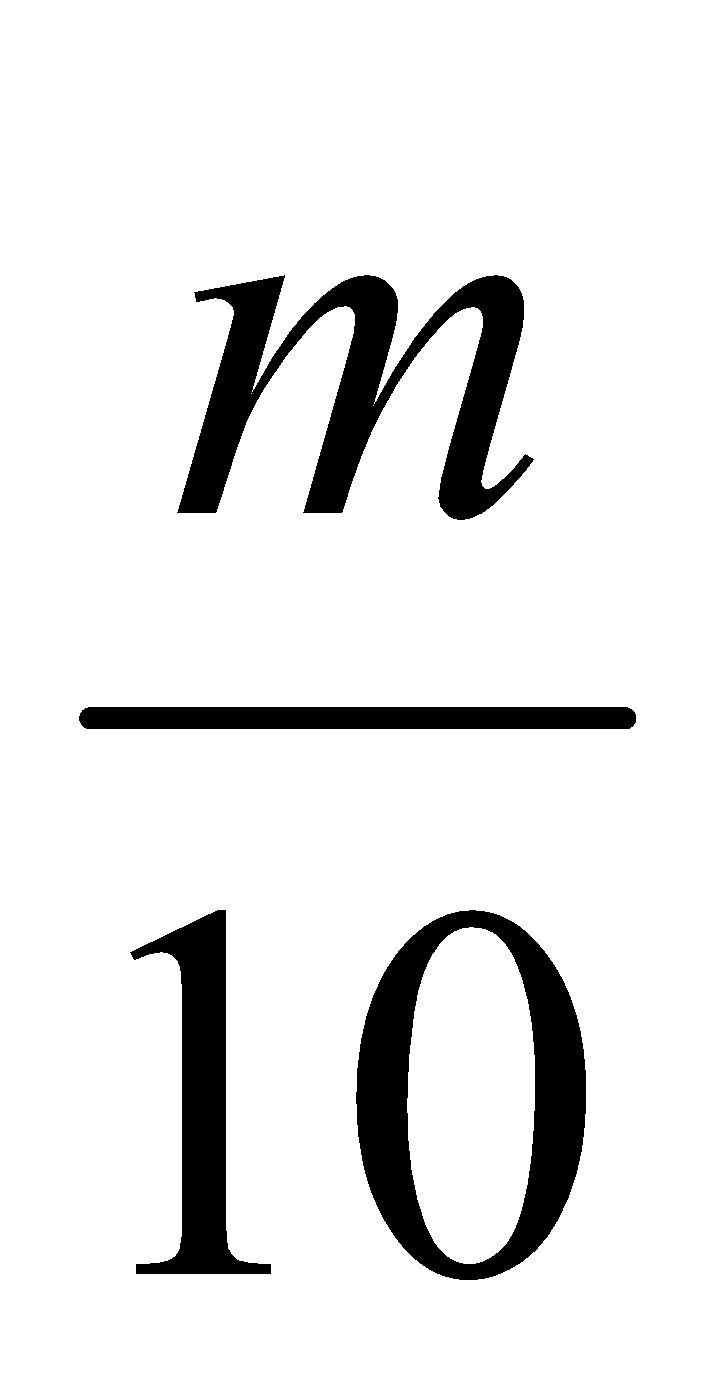
Уровень вредных веществ зависит то количества производимых нефтепродуктов в виде функции

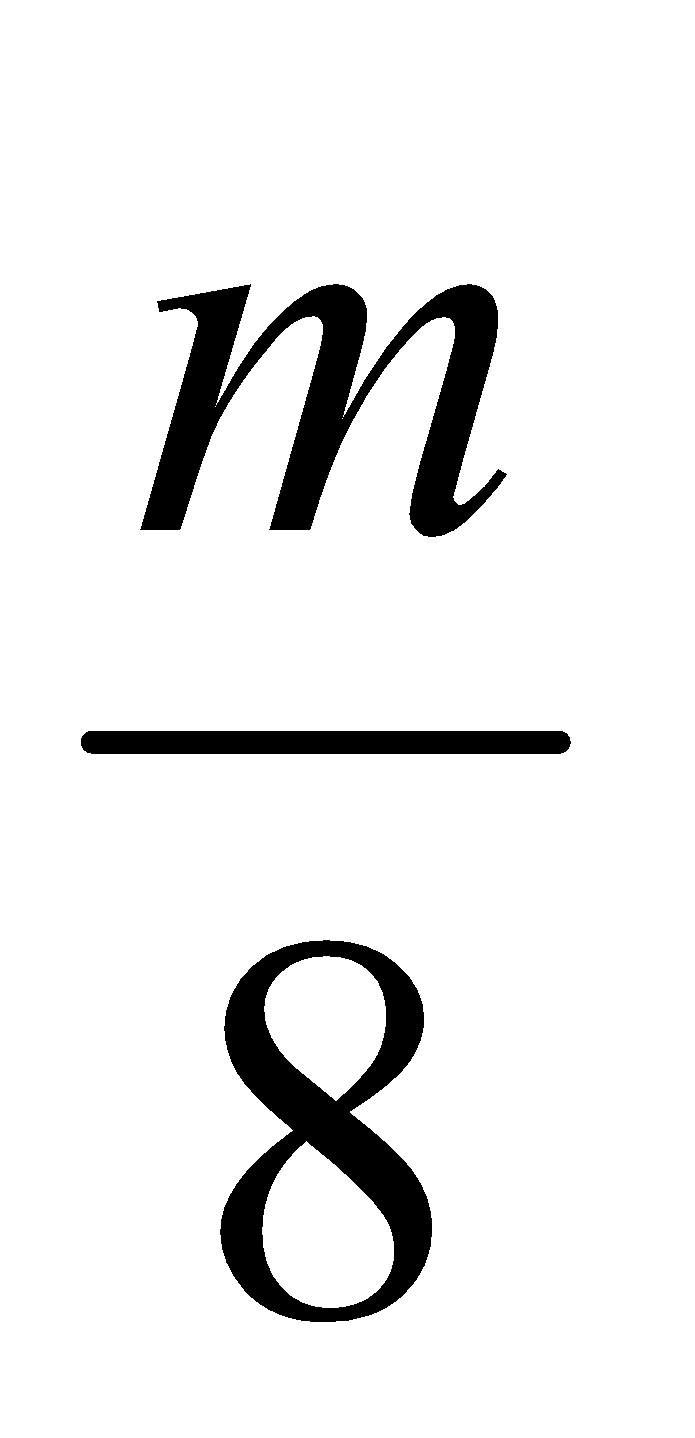
F2(x,y)= X2 + (1 + ) XY - 4Y + (2 - ) X + 4Y2 → min (2)

Кроме этого имеются производственные и финансовые ограничения на выбор X и Y, которые можно представить в виде ограничений

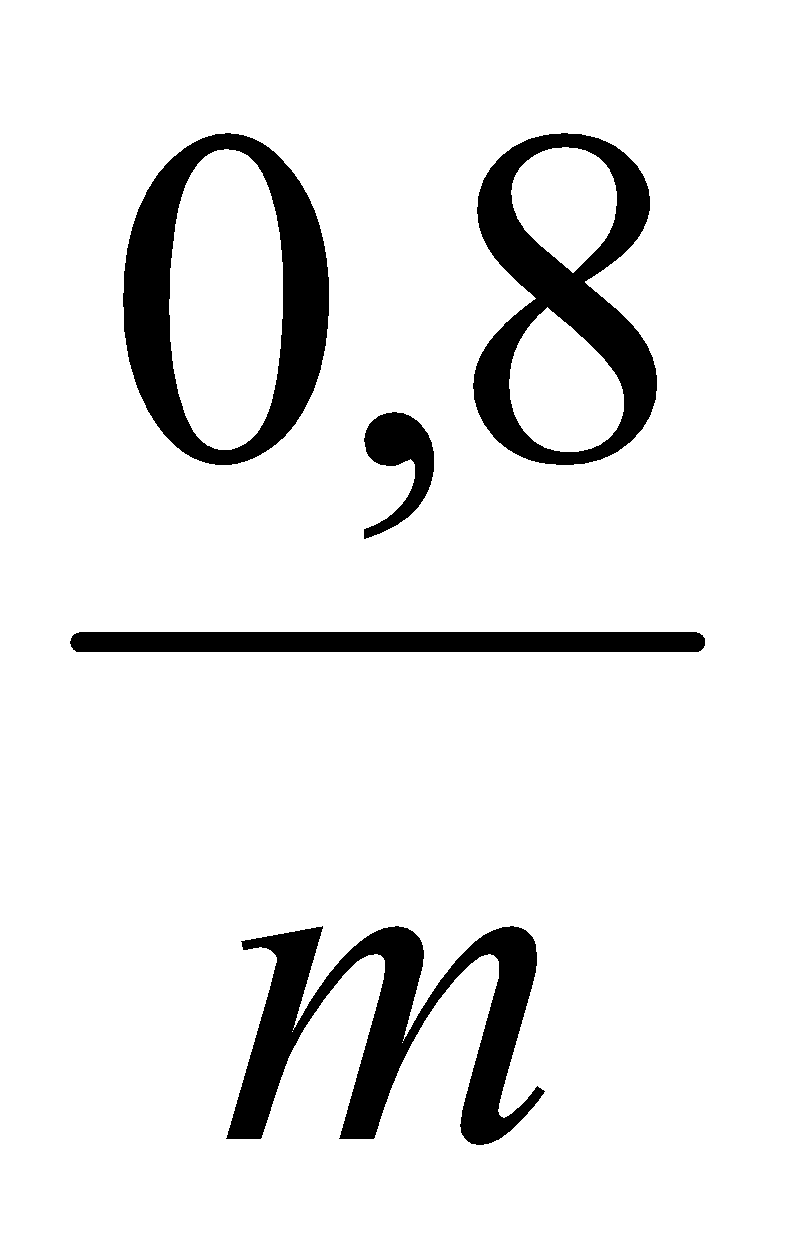
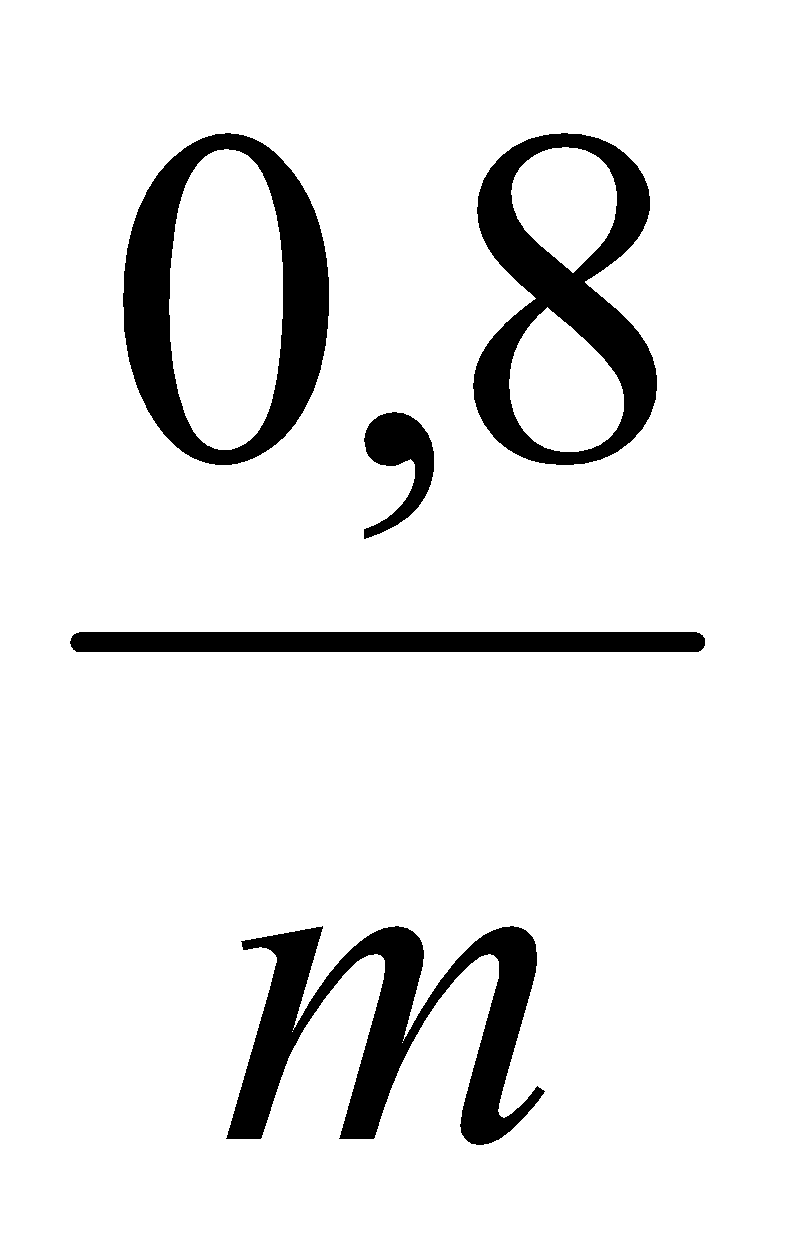
X+2Y<10+m

X-Y<1+

X+Y>2+ (3)

2X+(1+)>Y

X>0, Y>0.

P1=, P2=1 - . (3)

**Работа с пакетом GINO (первоначальные сведения**):

0.Начинаем с Gino.exe ,появляется ':'.

1.Для вызова системы команд ввести: 'com'.

2.Для изучения команды ввести: 'help имя команды'.

3.Для сохранения текущей задачи - 'save'.

4.Для чтения сохраненной задачи - 'take', далее выбрать имя задачи (имя высвечивается на экране).

5.Для вывода всей текущей задачи на экран - 'look all'.

6.Если вводимую строку начать с '!', она будет проигнорирована. Это удобно для удаления или добавления ограничений, второй целевой функции и т.п.

7.Добавление строки - 'ext', далее пишется строка, например: 4) X+Y>2.

8.Редактирование модели можно производить в сохраненном текстовом файле (с помощью текстового редактора).

9.Параметры оптимизационной программы можно посмотреть по команде 'help setp'.

**КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:**

1. Какие ограничения называются активными? Указать их в решении задачи п.3.

2. Перечислить основные команды ППП GINO.

3. Где может находиться оптимальное решение задачи НЛП: внутри ОДР, на границе, при пересечении кривых ограничений?

4. Что называется множеством Парето, и каким способом можно его найти?

5. В чем смысл условных критериев многокритериальной оптимизации?

6. В чем заключается проблема многокритериальной оптимизации?

7. В чем смысл коэффициентов Р1 и Р2?

8. При добавлении ограничений к модели задачи оптимальное значение целевой функции улучшается, ухудшается или остается неизменным?

9. К какому классу задач НЛП относится задача (1),(3)?

10. Как геометрически можно найти оптимальное решение для F=P1 \* F1 + P2 \* F2 → min?